

基于加速因子不变原则的 加速退化数据分析方法

王浩伟,滕克难,盖炳良
(海军航空大学,山东烟台,264001)

摘要: 加速退化试验技术已经成为评估退化失效型产品可靠性的高效手段,然而,目前对加速退化数据分析时过多依据主观经验,容易造成可靠性评估结果不准.本文提出了基于加速因子不变原则较为客观分析加速退化数据的一种方法.首先,根据加速因子不变原则推导退化模型各参数在加速退化试验中应该满足的变化规律;然后,利用与加速应力无关的参数等式辨识各加应力水平下的加速退化数据是否有效,核心是构建 t 统计量检验参数估值是否满足等式关系;接下来,确定与加速应力相关的参数从而实现加速退化建模;最后,利用有效的加速退化数据估计出模型参数值,外推出产品在常规应力下的可靠度.以逆高斯退化模型为例对所提方法进行了具体阐述.仿真试验和实例应用表明,本文研究为基于加速退化数据的可靠性评估提供一种更客观、合理的技术途径.

关键词: 可靠性评估;加速退化;加速因子;有效性辨识;逆高斯

中图分类号: TB114.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2018)03-0739-09

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2018.03.032

The Method of Analyzing Accelerated Degradation Data Based on Acceleration Factor Constant Principle

WANG Hao-wei, TENG Ke-nan, GAI Bing-liang
(Naval Aeronautical University, Yantai, Shandong 264001, China)

Abstract: The technology of accelerated degradation testing has become an efficient approach to evaluating the reliability of the degrading product. However, the method of analyzing accelerated degradation data, which excessively depends on subjective experience, results in the inaccuracy of the reliability evaluation. In the paper, a more objective method based on acceleration factor constant principle is proposed. First, the changing rules of the parameters of degradation models are deduced according to the acceleration factor constant principle. Next, the effectiveness of the degradation data under each accelerated stress is identified through the parameter equation independent of accelerated stress. The key is that a t statistic is constructed to verify whether the parameter estimates satisfy the parameter equation. Then, the acceleration models of the parameters dependent on accelerated stress are constructed. Last, the effective accelerated degradation data is utilized to estimate parameters, so the reliability under the normal stress level can be extrapolated. The proposed method is demonstrated by taking the inverse Gaussian process as an example. Both the simulation test and case application indicate that the study of the paper provides a more objective and reasonable technical approach to reliability evaluation based on accelerated degradation data.

Key words: reliability evaluation; accelerated degradation; acceleration factor; effectiveness identification; inverse Gaussian

1 引言

近几年,高精尖装备的种类和数量都迅猛增长,为

了保持此类装备的高性能,需要准确掌握其可靠性变化规律,从而高效实施视情维修、精确化保障.如何在较短的时间内以较低的代价准确评估出装备的可靠性指

标,已经成为了装备综合保障领域的研究重点和热点.很多装备为退化失效型产品,某些性能指标会随着时间不断下降最终造成产品失效,对其性能退化数据进行有效收集和统计分析,毋需产品失效即可推断出可靠性指标^[1].加速退化试验通过提升某些应力水平(温度、湿度、振动、电流等)加快产品的退化失效过程,能够达到高效评估出装备可靠性指标的目的^[2-4].

加速退化试验技术的快速进步和广泛应用,要求加速退化数据分析理论和方法需要不断发展、完善^[5],加速退化数据分析包括加速退化数据有效性辨识与加速退化建模两个重要环节.有效的加速退化试验需要保证产品在各加速应力下的失效机理与常规应力下的失效机理相一致,否则,失效机理发生改变加速应力下的加速退化数据是无效的,不能用于可靠性评估.目前,主要根据产品在各加速应力下的退化轨迹形状是否一致辨识其失效机理是否发生改变.其中,文献^[6]基于秩相关系数对产品退化轨迹的一致性进行判别;文献^[7~9]分别利用灰色理论对退化轨迹一致性进行判别;文献^[10]通过检验退化模型的参数估计值,辨识退化轨迹是否一致.

加速退化建模时,关键工作是确定出退化模型的哪些参数与加速应力相关,既哪些参数值随着加速应力水平发生变化,然而,目前主要根据主观判断假定出模型的哪些参数与加速应力相关,容易导致可靠性评估结果不准确.随机过程由于具备马尔科夫性和不确定性,非常适合对产品的退化过程建模,但是令人困惑的是随机过程退化模型普遍存在多种不同的参数与加速应力关系的假定,并且各假定得出的可靠性评估结果相差较大. Wiener 退化模型由于能够对严格单调或非单调退化数据建模,被广泛研究和应用,目前存在两种参数与应力关系的假定.文献^[11~14]假定漂移参数与加速应力相关而扩散参数与加速应力无关,但文献^[15,16]假定漂移参数与扩散参数都与加速应力相关. Gamma 退化模型作为应用最广泛的严格单调退化模型,目前存在 3 种参数与应力关系的假定.文献^[17~19]假定形状参数与加速应力相关但尺度参数与加速应力无关;文献^[20,21]则做出了相反的假定,认为尺度参数与加速应力相关但形状参数与加速应力无关;此外,文献^[22]假定形状参数和尺度参数都与加速应力相关.

由于逆高斯退化模型具有较好的统计特性和数据拟合能力^[23-25],在最近几年逐渐受到重视,但是目前对逆高斯退化模型在加速退化建模中的应用研究并不充分.本文以逆高斯退化模型为具体研究对象,提出了基于加速因子不变原则的加速退化数据分析方法,力图克服现有方法过多依赖主观判断或工程经验的不足,

形成较为客观的分析加速退化数据的技术途径,最终提高可靠性评估的准确性.

2 加速因子不变原则

目前,加速退化数据建模都是依据 Pieruschka 假定:产品在加速应力下与常规应力下具有同一类型的退化模型,加速应力变化只改变退化模型参数值,并不改变退化模型的类型.然而, Pieruschka 假定没有指出退化模型的参数如何随加速应力发生变化,之前的相关研究大都根据主观判断作出假定,本文在 Pieruschka 假定的基础上,根据加速因子不变原则推导出模型参数的变化规律.

设 $F_k(t_k)$, $F_h(t_h)$ 分别为产品在任意两个应力 S_k , S_h 下的累积失效概率,其中 t_k, t_h 表示试验时间,当

$$F_k(t_k) = F_h(t_h) \quad (1)$$

时,应力 S_k 相对于应力 S_h 的加速因子 $AF_{k,h}$ 为

$$AF_{k,h} = t_h/t_k \quad (2)$$

加速因子不变原则是指, $AF_{k,h}$ 值应该为一个不随试验时间 t_h, t_k 发生变化的常数,只由应力,所决定^[26].此外, $AF_{k,h}$ 不随试验时间发生变化是产品在 S_k, S_h 下失效机理具有一致性的充要条件,有效的加速试验必须保证产品在各加速应力水平下的失效机理与常规应力下的失效机理一致,因此需要满足加速因子不变原则^[27,28].将式(2)代入式(1),对于 $\forall t_k > 0$,下式恒成立

$$F_k(t_k) = F_h(AF_{k,h}t_k) \quad (3)$$

当产品失效阈值 D 确定后,容易由具体的性能退化模型得出产品的累积失效概率函数 $F(t)$,将 $F(t)$ 的表达式代入式(3)可推导出,为满足加速因子不变退化模型各参数应满足的变化规律.某些参数或参数间的比值与加速应力无关,用于辨识加速退化数据的有效性;某些参数与加速应力相关,以加速应力为协变量建立相关参数的加速模型.基于加速因子不变原则的加速退化数据分析流程如图 1 所示.

3 逆高斯退化模型

满足以下 3 条性质的随机过程 $\{Y(t), t \geq 0\}$ 可称之为逆高斯过程^[29,30]:① $Y(t)$ 在 $t=0$ 处连续且 $Y(0)=0$;② 对任意 $0 \leq t_1 < t_2 \leq t_3 < t_4$, $Y(t_2) - Y(t_1)$ 与 $Y(t_4) - Y(t_3)$ 相互独立,即 $Y(t)$ 具有独立增量;③ $\Delta Y(t) = Y(t + \Delta t) - Y(t)$ 服从逆高斯分布: $\Delta Y(t) \sim IG(\mu \Delta \Lambda(t), \lambda \Delta \Lambda^2(t))$,其中 μ 为均值, λ 为尺度参数, $\Lambda(t)$ 为时间函数且 $\Lambda(0)=0, \Delta \Lambda(t) = \Lambda(t + \Delta t) - \Lambda(t)$. 由逆高斯过程 $Y(t) \sim IG(\mu \Lambda(t), \lambda \Lambda(t)^2)$,得到的概率密度函数(PDF)为

$$f(y) = \sqrt{\frac{\lambda \Lambda(t)^2}{2\pi y^3}} \exp\left\{-\frac{\lambda}{2y} \left(\frac{y}{\mu} - \Lambda(t)\right)^2\right\} \quad (4)$$

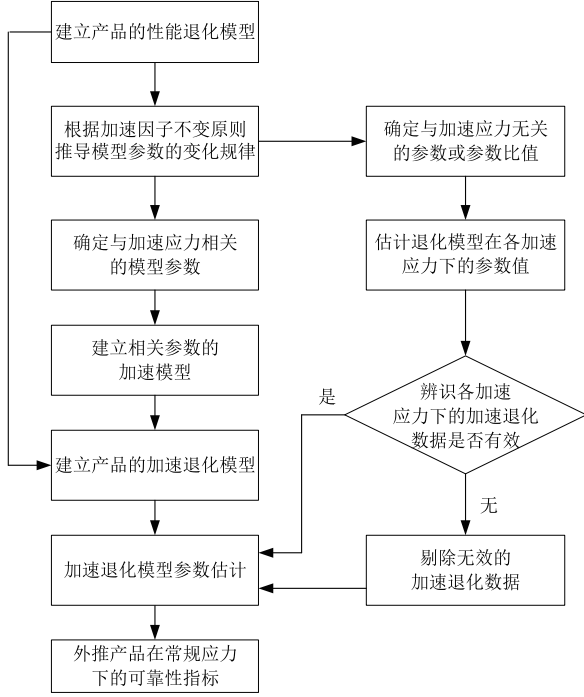


图 1 基于加速因子不变原则的加速退化数据分析流程

当产品退化服从逆高斯过程时,称 $\{Y(t), t \geq 0\}$ 为逆高斯退化模型. 设 D 为产品的失效阈值,将产品寿命 ξ 定义为 $Y(t)$ 首次到达 D 的时间, $\xi = \inf\{t | Y(t) \geq D\} = \{t | Y(t) \geq D\}$. ξ 的累积分布函数(CDF)为

$$\begin{aligned} F(t) &= P(\xi \leq t) = P(Y(t) \geq D) = 1 - G(D) \\ &= \Phi\left(\sqrt{\frac{\lambda}{D}}\left(\Lambda(t) - \frac{D}{\mu}\right)\right) - \exp\left(\frac{2\lambda\Lambda(t)}{\mu}\right) \\ &\quad \cdot \Phi\left(-\sqrt{\frac{\lambda}{D}}\left(\frac{D}{\mu} + \Lambda(t)\right)\right) \end{aligned} \quad (5)$$

式中, $\Phi(\cdot)$ 为标准正态分布的 CDF.

加速退化建模时需要确定逆高斯退化模型的哪些参数与加速应力相关,文献[23,24,29,30]都假定均值与加速应力相关而尺度参数与加速应力无关. 为了避免主观假定可能的错误,以下利用加速因子不变原则推导出哪些参数与加速应力相关. 将式(5)代入式(3),得

$$\begin{aligned} &\Phi\left(\sqrt{\frac{\lambda_k}{D}}\left(\Lambda(t_k) - \frac{D}{\mu_k}\right)\right) - \exp\left(\frac{2\lambda_k\Lambda(t_k)}{\mu_k}\right) \\ &\quad \cdot \Phi\left(-\sqrt{\frac{\lambda_k}{D}}\left(\frac{D}{\mu_k} + \Lambda(t_k)\right)\right) \\ &= \Phi\left(\sqrt{\frac{\lambda_h}{D}}\left(\Lambda(\text{AF}_{k,h}t_k) - \frac{D}{\mu_h}\right)\right) - \exp\left(\frac{2\lambda_h\Lambda(\text{AF}_{k,h}t_k)}{\mu_h}\right) \\ &\quad \cdot \Phi\left(-\sqrt{\frac{\lambda_h}{D}}\left(\frac{D}{\mu_h} + \Lambda(\text{AF}_{k,h}t_k)\right)\right) \end{aligned} \quad (6)$$

时间函数一般可以设为 $\Lambda(t) = t^r$, 为了保证上式对

任意 t_k 恒成立, 需要满足

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{\lambda_k}{D}}\left(t_k^r - \frac{D}{\mu_k}\right) = \sqrt{\frac{\lambda_h}{D}}\left((\text{AF}_{k,h}t_k)^r - \frac{D}{\mu_h}\right) \\ \frac{2\lambda_k t_k^r}{\mu_k} = \frac{2\lambda_h (\text{AF}_{k,h}t_k)^r}{\mu_h} \\ -\sqrt{\frac{\lambda_k}{D}}\left(\frac{D}{\mu_k} + t_k^r\right) = -\sqrt{\frac{\lambda_h}{D}}\left(\frac{D}{\mu_h} + (\text{AF}_{k,h}t_k)^r\right) \end{cases} \quad (7)$$

根据式(7)推导出以下结论

$$(\text{AF}_{k,h})^r = \mu_k/\mu_h = \sqrt{\lambda_k/\lambda_h}, r_k = r_h \quad (8)$$

可知均值 μ 和尺度参数 λ 都与加速应力相关, 并且在任两个加速应力下的变化规律应满足比例关系 $\mu_k/\mu_h = \sqrt{\lambda_k/\lambda_h}$, 此外, 时间参数 r 与加速应力无关.

4 加速退化数据有效性辨识

4.1 有效性辨识理论基础

根据第 1 节中介绍的加速因子不变原则, 存在图 2 中所示的三个等效关系



图 2 三个等效关系

根据以上等效关系, 将失效机理一致性辨识问题转换为退化模型参数值检验问题. 对于逆高斯退化模型, 产品在任两个应力下的失效机理一致, 其参数值应该满足如下关系式

$$\begin{cases} \hat{\mu}_k = \hat{\mu}_h \\ \sqrt{\hat{\lambda}_k} = \sqrt{\hat{\lambda}_h} \\ \hat{r}_k = \hat{r}_h \end{cases} \quad (9)$$

设 y_{ijk} 为 S_k 下第 j 个产品的第 i 次性能测量数据, t_{ijk} 为对应的测量时间, $\Delta y_{ijk} = y_{ijk} - y_{(i-1)jk}$ 代表测量数据增量, $\Delta \Lambda_{ijk} = t_{ijk}^r - t_{(i-1)jk}^r$ 代表测量时间增量, 其中 $k = 1, 2, \dots, M; j = 1, 2, \dots, N_k; i = 1, 2, \dots, H_{jk}$. 假定产品性能退化服从逆高斯过程, 则 $\Delta y_{ijk} \sim \text{IG}(\mu_{jk} \Delta \Lambda_{ijk}, \lambda_{jk} \Delta \Lambda_{ijk}^2)$, 对每个产品的加速退化数据建立如下似然函数

$$\begin{aligned} &L(\mu_{jk}, \lambda_{jk}, r_{jk}) \\ &= \prod_{i=1}^{H_{jk}} \sqrt{\frac{\lambda_{jk} \Delta \Lambda_{ijk}^2}{2\pi \Delta y_{ijk}^3}} \exp\left\{-\frac{\lambda_{jk}}{2\Delta y_{ijk}} \left(\frac{\Delta y_{ijk}}{\mu_{jk}} - \Delta \Lambda_{ijk}\right)^2\right\} \end{aligned} \quad (10)$$

S_k 下的参数估计值向量可表示为 $\hat{\mu}_k = (\hat{\mu}_{1k}, \hat{\mu}_{2k}, \dots, \hat{\mu}_{N_k})$, $\hat{\lambda}_k = (\hat{\lambda}_{1k}, \hat{\lambda}_{2k}, \dots, \hat{\lambda}_{N_k})$, $\hat{r}_k = (\hat{r}_{1k}, \hat{r}_{2k}, \dots, \hat{r}_{N_k})$.

4.2 基于 t 统计量的参数一致性检验方法

设 S_0 为常规应力, $S_1 < S_2 < \dots < S_M$ 为加速应力, 认为产品在 S_0 与 S_1 下的失效机理具有一致性. 依次检验参数估计值是否满足关系式 $\hat{\mu}_k/\sqrt{\hat{\lambda}_k} = \hat{\mu}_1/\sqrt{\hat{\lambda}_1}$, $\hat{r}_k =$

\hat{r}_1 , 此处 $k=2, \dots, M$, 如果满足关系式则 S_k 与 S_0 下的失效机理一致, S_k 下的加速退化数据有效, 如果不满足则产品在 S_k 下的失效机理发生改变, S_k 下的加速退化数据无效.

为了检验 $\hat{\mu}_k/\sqrt{\hat{\lambda}_k} = \hat{\mu}_1/\sqrt{\hat{\lambda}_1}, \hat{r}_k = \hat{r}_1$ 是否成立, 提出了基于 t 统计量的参数一致性检验方法. 为了便于阐述, 设 $\hat{v}_k = \hat{\mu}_k/\sqrt{\hat{\lambda}_k}$. 因为每个加速应力下各产品的退化轨迹不可避免存在差异, 样品个体的参数估计值与总体的参数估计值并不一致, 表现为个体的参数估计值围绕总体的参数估计值在一定范围内上下浮动, 如果样本量较大样品的参数估计值会呈现出较为明显的正态分布特征. 利用 t 统计量检验 \hat{v}_k 的均值是否与 \hat{v}_1 的均值存在显著差异, 进而判断 $\hat{v}_k = \hat{v}_1$ 是否成立. 基于 t 统计量的检验方法描述如下.

设 $\hat{v}_k = (\hat{v}_{1k}, \hat{v}_{2k}, \dots, \hat{v}_{N_k})$ 来自正态分布总体 $N(u_k, \sigma_k^2)$, and $\hat{v}_1 = (\hat{v}_{11}, \hat{v}_{21}, \dots, \hat{v}_{N_1})$ 来自总体 $N(u_1, \sigma_1^2)$. 零假设为 $H_0: u_k = u_1$, 备选假设为 $H_1: u_k \neq u_1$. 建立如下统计量

$$t^* = \frac{\frac{1}{N_k} \sum_{j=1}^{N_k} \hat{v}_{jk} - \frac{1}{N_1} \sum_{j=1}^{N_1} \hat{v}_{j1}}{\sqrt{W_k^2/N_k + W_1^2/N_1}}, \quad (11)$$

其中

$$W_k^2 = \frac{1}{N_k - 1} \sum_{j=1}^{N_k} \left(\hat{v}_{jk} - \frac{1}{N_k} \sum_{j=1}^{N_k} \hat{v}_{jk} \right)^2, \quad (12)$$

$$W_1^2 = \frac{1}{N_1 - 1} \sum_{j=1}^{N_1} \left(\hat{v}_{j1} - \frac{1}{N_1} \sum_{j=1}^{N_1} \hat{v}_{j1} \right)^2. \quad (13)$$

如果零假设成立, 则 t^* 近似服从自由度为 V 的 t 分布,

$$\frac{\frac{1}{N_k} \sum_{j=1}^{N_k} \hat{v}_{jk} - \frac{1}{N_1} \sum_{j=1}^{N_1} \hat{v}_{j1}}{\sqrt{W_k^2/N_k + W_1^2/N_1}} \sim t(V), \quad (14)$$

其中

$$V = \frac{(W_k^2/N_k + W_1^2/N_1)^2}{(W_k^2/N_k)^2 + (W_1^2/N_1)^2} \cdot \frac{N_k + 1}{N_1 + 1} \quad (15)$$

在显著性水平 α 下, 零假设的拒绝域为

$$\left| \frac{\frac{1}{N_k} \sum_{j=1}^{N_k} \hat{v}_{jk} - \frac{1}{N_1} \sum_{j=1}^{N_1} \hat{v}_{j1}}{\sqrt{W_k^2/N_k + W_1^2/N_1}} \right| \geq t_{1-\alpha/2}(V) \quad (16)$$

5 加速退化建模与可靠性评估

5.1 建立相关参数的加速模型

假定温度 T 为加速应力, 相关参数与加速应力之间的变化规律可利用 Arrhenius 模型描述. 第 k 个加速温度应力 T_k 下的均值表示为

$$\mu_k = \exp(\delta_1 - \delta_2/T_k) \quad (17)$$

T_k 下的尺度参数表示为

$$\lambda_k = \exp(\delta_3 - \delta_4/T_k) \quad (18)$$

其中 $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$ 为待定系数. 类似, 可将第 h 个加速温度应力 T_h 下的参数表示为

$$\mu_h = \exp(\delta_1 - \delta_2/T_h) \quad (19)$$

$$\lambda_h = \exp(\delta_3 - \delta_4/T_h) \quad (20)$$

为了满足式中的关系式 $\mu_k/\mu_h = \sqrt{\lambda_k/\lambda_h}$, 设 $\delta_4 = 2\delta_2$, 因此均值 μ 的加速模型为

$$\mu(T) = \exp(\delta_1 - \delta_2/T) \quad (21)$$

尺度参数 λ 的加速模型为

$$\lambda(T) = \exp(\delta_3 - 2\delta_2/T) \quad (22)$$

5.2 加速退化建模

建立逆高斯加速退化模型为 $Y(t; T) \sim \text{IG}(\exp(\delta_1 - \delta_2/T)t^r, \exp(\delta_3 - 2\delta_2/T)t^{2r})$, 根据逆高斯过程的独立增量特性, 建立如下极大似然函数估计未知系数, 其中假定所有加速应力下的加速退化数据都有效.

$$L(\delta_1, \delta_2, \delta_3, r) = \prod_{k=1}^M \prod_{j=1}^{N_k} \prod_{i=1}^{H_k} \sqrt{\frac{\exp(\delta_3 - 2\delta_2/T_k) \Delta \Lambda_{ijk}^2}{2\pi \Delta y_{ijk}^3}} \cdot \exp \left\{ -\frac{\exp(\delta_3 - 2\delta_2/T_k)}{2\Delta y_{ijk}} \left(\frac{\Delta y_{ijk}}{\exp(\delta_1 - \delta_2/T_k)} - \Delta \Lambda_{ijk} \right)^2 \right\} \quad (23)$$

式中, $\Delta \Lambda_{ijk} = t_{ijk}^r - t_{(i-1)jk}^r$. 由估计值 $\hat{\delta}_1, \hat{\delta}_2, \hat{\delta}_3, \hat{r}$ 可外推出退化模型在常规温度应力 T_0 下的参数值

$$\begin{aligned} \hat{\mu}_0 &= \exp(\hat{\delta}_1 - \hat{\delta}_2/T_0) \\ \hat{\lambda}_0 &= \exp(\hat{\delta}_3 - 2\hat{\delta}_2/T_0) \end{aligned} \quad (24)$$

$$\hat{r}_0 = \hat{r}$$

结合产品的失效阈值 D , 得到产品在 T_0 下的可靠度函数为

$$R(t) = \Phi \left(\sqrt{\frac{\hat{\lambda}_0}{D}} \left(\frac{D}{\hat{\mu}_0} - t^{\hat{r}} \right) \right) + \exp \left(\frac{2\hat{\lambda}_0 t^{\hat{r}}}{\hat{\mu}_0} \right) \cdot \Phi \left(-\sqrt{\frac{\hat{\lambda}_0}{D}} \left(\frac{D}{\hat{\mu}_0} + t^{\hat{r}} \right) \right) \quad (25)$$

6 仿真试验

6.1 加速因子不变原则的验证

第 2 节通过加速因子不变原则推导出了逆高斯过程各参数的变化规律, 本节通过仿真试验对推导结论式进行验证, 设置仿真模型如下

$$\begin{aligned} \lambda_j &\sim \text{Ga}(a, b) \\ \eta_j | \lambda_j &\sim \text{N}(c, d/\lambda_j) \end{aligned} \quad (26)$$

$$\Delta y_{ij} | (\eta_j, \lambda_j) \sim \text{IG}(\Delta \Lambda_{ij}/\eta_j, \lambda_j \Delta \Lambda_{ij}^2)$$

式中 $\eta_j = 1/\mu_j$. 仿真模型的参数值设置为: $(a, b) = (2, 1); (c, d) = (0.5, 0.1); i = 1, 2, \dots, 20; j = 1, 2, \dots, 10; \forall i, t_{ij} = 10, 20, \dots, 100; \Lambda(t_{ij}) = t_{ij}^r; r = 0.5, 1, 2$. 验证步骤为:

(1) 利用仿真模型生成产品在应力 S_k 下的退化增量数据 $\Delta y_{ijk}, \Delta \Lambda_{ijk}$;

(2) 利用 $\Delta y_{ijk}, \Delta \Lambda_{ijk}$ 解得下的参数估计值 $\hat{\eta}_{jk}, \hat{\lambda}_{jk}, \hat{r}_{jk}$;

(3) 分别设加速因子 $AF_{k,h}$ 为 0.2, 5, 根据式计算出折算到 S_h 下的退化增量数据 $\Delta y_{ijh}, \Delta \Lambda_{ijh}$;

(4) 4 利用 $\Delta y_{ijh}, \Delta \Lambda_{ijh}$ 解得 S_h 下的参数估计值 $\hat{\eta}_{jh}, \hat{\lambda}_{jh}, \hat{r}_{jh}$;

(5) 计算出, $\hat{\lambda}_{jk}/\hat{\lambda}_{jh}$ 和 $\hat{r}_{jk}/\hat{r}_{jh}$ 平均值, 判断是否满足式给出的关系式.

结果表明 $\hat{\mu}_{jk}/\hat{\mu}_{jh}$ 及 $\hat{\lambda}_{jk}/\hat{\lambda}_{jh}$ 互不相同而 $\hat{r}_{jk}/\hat{r}_{jh}$ 几乎一致, 表 1 中显示 $\hat{r}_{jk}/\hat{r}_{jh}$ 的均值约为 1, 并且 $(\hat{\lambda}_{jk}/\hat{\lambda}_{jh})^{0.5/\hat{r}_{jk}}$ 及 $(\hat{\eta}_{jk}/\hat{\eta}_{jh})^{1/\hat{r}_{jk}}$ 的均值非常接近 $AF_{k,h}$, 这说明基于加速因子不变原则推导结论(如式)是正确的.

表 1 仿真结果

r	$AF_{k,h} = 0.2$			$AF_{k,h} = 5$		
	$\text{mean}\left(\frac{\hat{r}_{jk}}{\hat{r}_{jh}}\right)$	$\text{mean}\left(\left(\frac{\hat{\lambda}_{jk}}{\hat{\lambda}_{jh}}\right)^{\frac{1}{\hat{r}_{jk}}}\right)$	$\text{mean}\left(\left(\frac{\hat{\lambda}_{jk}}{\hat{\lambda}_{jh}}\right)^{\frac{0.5}{\hat{r}_{jk}}}\right)$	$\text{mean}\left(\frac{\hat{r}_{jk}}{\hat{r}_{jh}}\right)$	$\text{mean}\left(\left(\frac{\hat{\lambda}_{jk}}{\hat{\lambda}_{jh}}\right)^{\frac{1}{\hat{r}_{jk}}}\right)$	$\text{mean}\left(\left(\frac{\hat{\lambda}_{jk}}{\hat{\lambda}_{jh}}\right)^{\frac{0.5}{\hat{r}_{jk}}}\right)$
0.5	1.0000	0.1999	0.1999	1.0000	5.0000	5.0001
1	1.0001	0.2000	0.2000	1.0000	50000	5.0000
2	1.0000	0.2000	0.2001	1.0000	4.9999	5.0001

6.2 参数一致性检验方法的验证

第 3 节提出了基于 t 统计量的参数值一致性检验方法, 本节通过仿真试验对检验方法的有效性进行验证. 根据式, 如果 $\hat{r}_k \neq \hat{r}_h$, 产品在此两个应力下的失效机理不一致, 据此, 首先通过时间函数 $\Lambda(t) = t^r$ 参数 r 的不同取值生成不同形状的退化数据, 然后利用基于 t 统计量的检验方法进行参数一致性检验, 以验证所提检验方法的有效性. 仿真模型如下

$$\lambda_{jk} \sim \text{Ga}(a, b)$$

$$\eta_{jk} | \lambda_{jk} \sim \text{N}(c, d/\lambda_{jk})$$

$$A_{k,h} \sim \text{UNI}(0.1, 5)$$

$$t_{ijh} = t_{ijk} \cdot AF_{k,h}$$

$$\Delta y_{ijk} | (\eta_{jk}, \lambda_{jk}) \sim \text{IG}(\eta_{jk} \Delta \Lambda(t_{ijh}), \lambda_{jk} \Delta \Lambda^2(t_{ijh})) \quad (27)$$

式中, $\text{UNI}(\cdot)$ 为均匀分布. 加速因子 $AF_{k,h}$ 设为一个服从均匀分布的随机变量, 仿真模型生成的 $\Delta y_{ijk}, \Delta \Lambda(t_{ijh})$ 为一个折算到随机应力 S_h 下的退化增量. 仿真模型的参数值设置为: $(a, b) = (2, 1); (c, d) = (0.5, 0.1); i = 1, 2, \dots, 10; j = 1, 2, \dots, 20; t_{ijk} = 10, 20, \dots, 100; \Lambda(t_{ijk}) = t_{ijk}^r; r \in (0.8, 0.9, 1, 1.1, 1.2)$. 验证步骤如下:

(1) r 取值为 0.8 并且设 $AF_{k,h} = 1$, 生成 S_k 下的退化增量 $\Delta y_{ijk}, \Delta \Lambda_{ijk}$, 解出参数估计值 $\hat{v}_{jk}, \hat{r}_{jk}$, 其中 $\hat{v}_{jk} = \hat{\mu}_{jk}/\sqrt{\hat{\lambda}_{jk}}$, 得估计值向量 \hat{v}_k, \hat{r}_k ;

(2) r 分别取 0.8, 0.9, 1, 1.1, 1.2, 利用仿真模型生成随机应力 $S_h (h = 1, 2, 3, 4, 5)$ 下的退化增量 $\Delta y_{ijh}, \Delta \Lambda(t_{ijh}; r_1), \dots, \Delta y_{ijh}, \Delta \Lambda(t_{ijh}; r_5)$, 分别解出参数估计值 $\hat{v}_{j1}, \hat{r}_{j1}, \dots, \hat{v}_{j5}, \hat{r}_{j5}$, 得估计值向量 $\hat{v}_1, \hat{r}_1, \dots, \hat{v}_5, \hat{r}_5$;

(3) 设显著性水平为 0.05, 利用本文所提方法检验 \hat{v}_k 是否分别与 $\hat{v}_1, \dots, \hat{v}_5$ 具有一致性, \hat{r}_k 分别与 $\hat{r}_1, \dots, \hat{r}_5$ 具有一致性, 如果两次检验都通过标记为“一致”, 否则标记为“不一致”.

(4) 将步骤(1)步中的 r 依次取值为 0.9, 1, 1.1, 1.2, 重复步骤(1)~(3).

显著性水平为 0.05 时, 参数估计值一致性检验结果如表 2. 当步骤(1)与(2)中的参数 r 取值相同时, 所提方法能够准确检测出参数估计值具有一致性; 当两个步骤中的参数 r 的差值为 0.1 甚至是 0.05 时, 所提检验方法能够灵敏辨识出参数估计值不具有 consistency. 仿真试验说明本文所提检验方法有效、准确.

表 2 基于 t 统计量的参数一致性检验结果

r	0.8	0.9	1	1.05	1.1
0.8	一致	不一致	不一致	不一致	不一致
0.9	不一致	一致	不一致	不一致	不一致
1	不一致	不一致	一致	不一致	不一致
1.05	不一致	不一致	不一致	一致	不一致
1.1	不一致	不一致	不一致	不一致	一致

7 案例应用

电连接器的主要失效模式有机械失效, 电气失效, 绝缘失效三种, 机械失效主要由接插件应力松弛造成^[31]. 为了研究某型电连接器机械失效造成的可靠性变化, 文献[32]给出了以温度为加速应力的加速退化试验数据. 性能退化量 y 为接插件应力值 x 相对于初始应力值 x_0 的百分比变化 $y = (x - x_0)/x_0 \times \%$, 每个样品在 0 时刻的性能退化量为 0, 失效阈值为 $D = 30\%$. 18 个样品被平均分配到 3 组加速温度应力: 65℃, 85℃, 100℃, 产品工作的常规温度为 40℃, 图 3 中描绘了每个样品的退化轨迹.

从图 3 中可以发现各样品为非线性退化并且退化轨迹呈现出凸型, 根据工程经验, 退化模型的时间函数

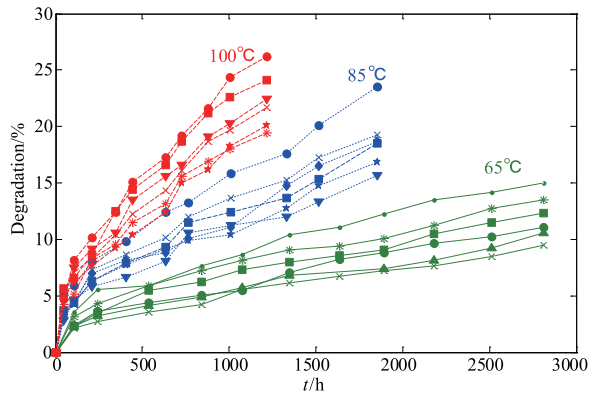


图3 样品性能退化轨迹

设为 $\Lambda(t) = t'$ 时对此退化轨迹具有较好的拟合效果. 首先,对每个产品的退化过程是否服从逆高斯过程进行验证. 由式(10)解出每个产品对应的参数估计值 $(\hat{\mu}_{jk}, \hat{\lambda}_{jk}, \hat{r}_{jk})$ 如表3, 根据文献[25], 如果产品的性能退化过程为逆高斯过程, $\{ \hat{\lambda}_{ik} (\Delta y_{ijk} - \hat{\mu}_{ik} \Delta \Lambda_{ijk})^2 / (\hat{\mu}_{ik}^2 \Delta y_{ijk}) \}$ 应该近似服从 χ_1^2 分布. 在置信水平为 0.05 的条件下, 采用 Anderson-Darling 统计量检验每个样品对应的 $\{ \hat{\lambda}_{ik} (\Delta y_{ijk} - \hat{\mu}_{ik} \Delta \Lambda_{ijk})^2 / (\hat{\mu}_{ik}^2 \Delta y_{ijk}) \}$ 是否服从 χ_1^2 分布, 结果表明所有产品的性能退化过程都为逆高斯过程.

表3 每个样品的参数估计值

Stress	Unit	参数估计值			
		$\hat{\mu}_{jk}$	$\hat{\lambda}_{jk}$	\hat{r}_{jk}	\hat{v}_{jk}
65°C	1	0.1347	0.1447	0.5354	0.3541
	2	0.2427	0.2409	0.4750	0.4945
	3	0.1699	0.1359	0.5265	0.4608
	4	0.2129	0.3486	0.5110	0.3606
	5	0.3620	1.0802	0.4558	0.3484
	6	0.0584	0.0037	0.6987	0.9597
85°C	7	0.6055	0.6591	0.4320	0.7458
	8	0.5368	0.4746	0.4575	0.7792
	9	0.5320	0.4422	0.4727	0.8001
	10	0.4912	0.5750	0.4822	0.6478
	11	0.4188	0.4930	0.5086	0.5965
	12	0.3669	0.2305	0.5528	0.7641
100°C	13	0.5286	0.7467	0.5074	0.6117
	14	0.5931	1.1865	0.4958	0.5445
	15	0.6685	1.9398	0.4895	0.4800
	16	0.7120	1.8914	0.4854	0.5177
	17	0.5395	0.6204	0.5346	0.6850
	18	0.6588	1.6329	0.5184	0.5155

然后,对每个加速应力下的参数估计值进行分析.

图4、图5分别画出了均值和尺度参数的估计值,可以看出均值和尺度参数估计值都随着加速应力提升而变大,说明假定尺度参数与加速应力无关的做法不合理.

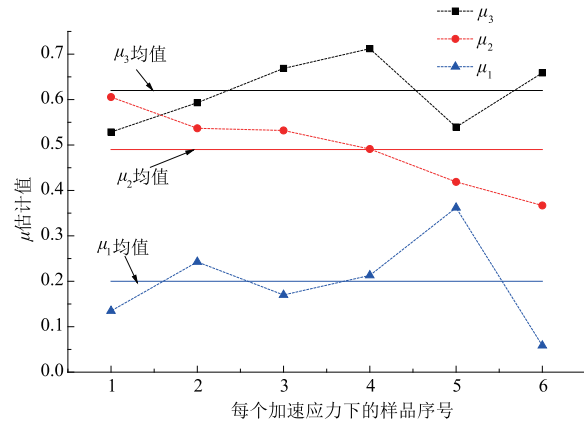


图4 各加速应力下的均值参数估计值

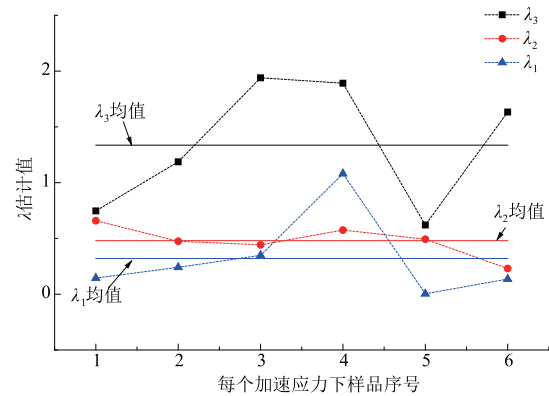


图5 各加速应力下的尺度参数估计值

接下来,辨识各应力水平下的加速退化数据是否有效. 当显著性水平为 0.05 时, 检验结果如表4所示, 认为所有加速应力下的加速退化数据都有效.

表4 参数一致性检验结论

一致性检验	检验样本 \hat{v}_k		检验样本 \hat{r}_k	
	\hat{v}_1, \hat{v}_2	\hat{v}_1, \hat{v}_3	\hat{r}_1, \hat{r}_2	\hat{r}_1, \hat{r}_3
$ t^* $	2.224	0.622	1.260	0.791
$t_{0.975}(V)$	2.390	2.569	2.299	2.571
结论	一致	一致	一致	一致

然后,利用有效的加速退化数据估计加速退化模型的系数值. 由式解得极大似然估计值 $(\hat{\delta}_1, \hat{\delta}_2, \hat{\delta}_3, \hat{r}) = (9.097, 3564.827, 19.079, 0.500)$, 对应的 AIC (Akaike Information Criterion) 值为 415.4. 目前常用的一种加速退化建模方法采用了如下假定:逆高斯过程的均值与加速应力相关而尺度参数与加速应力无关, 据此建立加速退化模型为 $Y(t; T) \sim IG(\exp(\delta_1 - \delta_2/T) t', \lambda t^{2r})$, 利用极大似然法估计出参数值为 $(\hat{\delta}_1, \hat{\delta}_2, \hat{\lambda}, \hat{r}) = (9.790, 3770.147, 0.393, 0.484)$, 对应的 AIC 为

453. 9. AIC 值的对比说明利用本文方法建立的加速退化模型比根据假定建立的加速退化模型更准确. 为了进一步比较两种加速退化模型的准确性, 假定 65°C 是产品的正常应力水平, 分别利用两种加速退化模型外推产品在 65°C 下的可靠度, 将 65°C 下性能退化数据评估出的可靠度曲线 R_1 作为标准进行准确性比较. 利用 $(\hat{\delta}_1, \hat{\delta}_2, \hat{\delta}_3, \hat{r})$ 外推出产品退化模型在 65°C ($T_1 = 338.16\text{K}$) 下的参数值为 $(\hat{\mu}_1, \hat{\lambda}_1, \hat{r}_1) = (0.236, 0.135, 0.500)$, 可靠度曲线记为 R_1° ; 利用 $(\hat{\delta}_1, \hat{\delta}_2, \hat{\lambda}, \hat{r})$ 外推出产品退化模型在 65°C 下的参数值为 $(\hat{\mu}_1^*, \hat{\lambda}_1^*, \hat{r}_1^*) = (0.257, 0.393, 0.484)$, 可靠度曲线记为 R_1^* . 如图 6 所示, R_1° 与 R_1 之间较为接近而 R_1^* 与 R_1 之间差距较大, 再次说明利用本文方法建立的加速退化模型比根据假定建立的加速退化模型更准确.

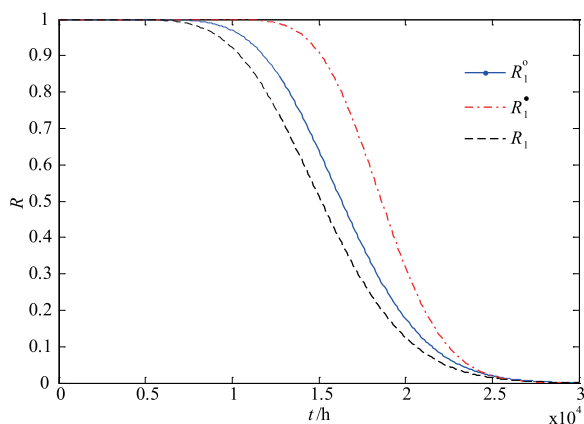


图6 产品在 65°C 下的可靠度曲线

最后, 外推产品在工作应力 40°C ($T_0 = 313.16\text{K}$) 下可靠度曲线. 利用本文建模方法外推出产品退化模型的参数值为 $(\hat{\mu}_0, \hat{\lambda}_0, \hat{r}_0) = (0.1016, 0.025, 0.500)$, 将 $(\hat{\mu}_0, \hat{\lambda}_0, \hat{r}_0, D)$ 代入式(25)得到产品的可靠度曲线 R° 如图 7 所示, 并且利用 Bootstrap 自助抽样法建立了可靠度评估结果的 95% 置信区间^[33,34]. 如果假定逆高斯过程的尺度参数与加速应力无关, 可以外推出可靠度曲

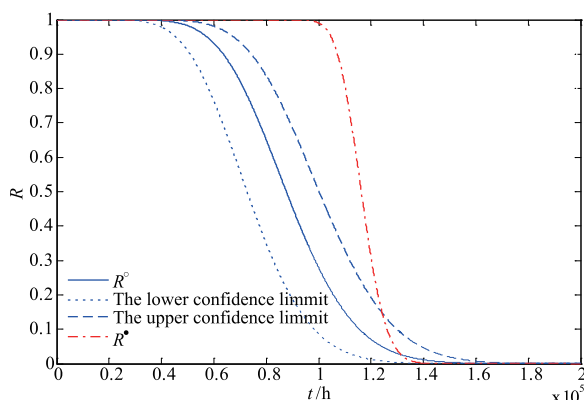


图7 可靠度曲线及95%Bootstrap置信区间

线 R^* , 如图 7 所示 R° 与 R^* 具有明显差异, 假定逆高斯过程的尺度参数与加速应力无关会造成较大的可靠性评估误差.

8 结束语

(1) 基于加速因子不变原则的加速退化数据分析方法, 克服了现有方法过多依赖主观判断或工程经验的不足, 为解决加速退化数据有效性辨识及加速退化建模两个关键问题提供了一条较为客观、合理的途径;

(2) 逆高斯过程的均值和尺度参数都与加速应力相关, 并且在任两个加速应力下的变化规律应满足特定的比例关系, 假定尺度参数与加速应力无关并不合理, 会导致较大的可靠性评估误差;

(3) 基于 t 统计量的检验方法具有较好的准确性和灵敏性, 能够利用参数估计值辨识出产品在任两个应力下的失效机理是否具有的一致性, 从而达到剔除无效加速退化数据的目的;

(4) 本文所提方法不仅限于逆高斯退化模型, 而且容易拓展到其它性能退化模型, 下一步的研究重点是如何应用于分析多元加速退化数据.

参考文献

- [1] 司小胜, 胡昌华, 张琪, 等. 不确定退化测量数据下的剩余寿命估计[J]. 电子学报, 2015, 43(1): 30-35.
SI Xiao-sheng, HU Chang-hua, ZHANG Qi, et al. Estimating remaining useful life under uncertain degradation measurements[J]. Acta Electronica Sinica, 2015, 43(1): 30-35. (in Chinese).
- [2] MEEKER W Q, HAMADA M. Statistical tools for the rapid development & evaluation of high-reliability products [J]. IEEE Transactions on Reliability, 1999, 44(2): 187-198.
- [3] MEEKER W Q, ESCOBAR A, LU C J. Accelerated degradation tests: modeling and analysis [J]. Technometrics, 1998, 40(2): 89-99.
- [4] TAN C M, SINGH P. Time evolution degradation physics in high power white LEDs under high temperature-humidity conditions [J]. IEEE Transactions on Device and Materials Reliability, 2014, 14(2): 742-750.
- [5] MCLINN J A. Understanding accelerated degradation [J]. IEEE Transactions on Reliability, 2016, 65(1): 1-8.
- [6] 冯静. 基于秩相关系数的加速贮存退化失效机理一致性检验 [J]. 航空动力学报, 2011, 26(11): 2439-2444.
FENG Jing. Consistent test of accelerated storage degradation failure mechanism based on correlation coefficient [J]. Journal of Aerospace Power, 2011, 26(11): 2439-2444. (in Chinese).
- [7] 姚军, 王欢, 苏泉. 基于灰色理论的失效机理一致性检验

- 方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2013, 39(6): 734-738.
- YAO Jun, WANG Huan, SU Quan. Consistency identification method of failure mechanism based on grey theory [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2013, 39(6): 734-738. (in Chinese).
- [8] 潘晓茜, 康锐. 基于灰色预测的加速试验机理一致性判别方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2013, 39(6): 787-791.
- PAN Xiao-qian, KANG Rui. Identification method of failure mechanism consistency for accelerated testing based on grey forecasting [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2013, 39(6): 787-791. (in Chinese).
- [9] 李晓刚, 王亚辉. 利用非等距灰色理论方法判定失效机理一致性[J]. 北京航空航天大学学报, 2014, 40(7): 899-904.
- LI Xiao-gang, WANG Ya-hui. Identification method of failure mechanism consistency by non-equidistance grey theory model [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2014, 40(7): 899-904. (in Chinese)
- [10] 王浩伟, 徐廷学, 王伟亚. 基于退化模型的失效机理一致性检验方法[J]. 航空学报, 2015, 36(3): 889-897.
- WANG Hao-wei, XU Ting-xue, WANG Wei-ya. Test method of failure mechanism consistency based on degradation model [J]. Acta Aeronautica Et Astronautica Sinica, 2015, 36(3): 889-897. (in Chinese)
- [11] PADGETT W J, TOMLINSON M A. Inference from accelerated degradation and failure data based on Gaussian process models [J]. Lifetime Data Analysis, 2004, 10(2): 191-206.
- [12] PARK C, PADGETT W J. Stochastic degradation models with several accelerating variables [J]. IEEE Transactions on Reliability, 2006, 55(2): 379-390.
- [13] LIM H, YUM B J. Optimal design of accelerated degradation tests based on Wiener process models [J]. Journal of Applied Statistics, 2011, 38(2): 309-325.
- [14] YE Z S, CHEN N, SHEN Y. A new class of Wiener process model for degradation analysis [J]. Reliability Engineering and System Safety, 2015, 139: 58-67.
- [15] WHITMORE G A, SCHENKELBERG F. Modelling accelerated degradation data using Wiener diffusion with a time scale transformation [J]. Lifetime Data Analysis, 1997, 3(1): 27-45
- [16] LIAO H T, ELSAYED E A. Reliability inference for field conditions from accelerated degradation testing [J]. Naval Research Logistics, 2006, 53(6): 576-587.
- [17] PARK C, PADGETT W J. Accelerated degradation models for failure based on Geometric Brownian motion and Gamma processes [J]. Lifetime Data Analysis, 2005, 11(4): 511-527.
- [18] TSENG S T, BALAKRISHNAN N, TSAI C C. Optimal step-stress accelerated degradation test plan for Gamma degradation processes [J]. IEEE Transactions on Reliability, 2009, 58(4): 611-618.
- [19] ZHANG C H, LU X, TAN Y Y, et al. Reliability demonstration methodology for products with Gamma process by optimal accelerated degradation testing [J]. Reliability Engineering and System Safety, 2015, 142: 369-382.
- [20] LAWLESS J, CROWDER M. Covariates and random effects in a Gamma process model with application to degradation and failure [J]. Lifetime Data Analysis, 2004, 10(3): 213-227.
- [21] WANG X. Nonparametric estimation of the shape function in a Gamma process for degradation data [J]. The Canadian Journal of Statistics, 2009, 37(1): 102-118.
- [22] LING M H, TSUI K L, BALAKRISHNAN N. Accelerated degradation analysis for the quality of a system based on the gamma process [J]. IEEE Transactions on Reliability, 2015, 64(1): 463-472.
- [23] YE Z S, CHEN N. The inverse Gaussian process as degradation model [J]. Technometrics, 2014, 56(3): 302-311.
- [24] PENG W W, LI Y F, YANG Y J, et al. Inverse Gaussian process models for degradation analysis: a Bayesian perspective [J]. Reliability Engineering and System Safety, 2014, 130: 175-189.
- [25] PENG C Y. Inverse Gaussian processes with random effects and explanatory variables for degradation data [J]. Technometrics, 2015, 57(1): 100-111.
- [26] 周源泉, 翁朝曦, 叶喜涛. 论加速系数与失效机理不变的条件(I)—寿命型随机变量的情况 [J]. 系统工程与电子技术, 1996, 18(1): 55-67.
- ZHOU Y Q, WENG C X, YE X T. Study on accelerated factor and condition for constant failure mechanism [J]. Systems Engineering and Electronics, 1996, 18(1): 55-66. (in Chinese).
- [27] 王浩伟, 徐廷学, 赵建忠. 融合加速退化和现场实测退化数据的个体寿命预测方法 [J]. 航空学报, 2014, 35(12): 3350-3357.
- WANG Hao-wei, XU Ting-xue, ZHAO Jian-zhong. Residual life prediction method fusing accelerated degradation data and field degradation data [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2014, 35(12): 3350-3357. (in Chinese)
- [28] WANG H W, XI W J. Acceleration factor constant principle and the application under ADT [J]. Quality and Relia-

- bility Engineering International, 2016, 32 (7): 2591 – 2600.
- [29] WANG X, XU D. An inverse Gaussian process model for degradation data [J]. Technometrics, 2010, 52 (2): 188 – 197.
- [30] YE Z S, CHEN L P, TANG L C, et al. Accelerated degradation test planning using the inverse Gaussian process [J]. IEEE Transactions on Reliability, 2014, 63 (3): 750 – 763.
- [31] 王浩伟, 徐廷学, 周伟. 综合退化数据与寿命数据的某型电连接器寿命预测方法 [J]. 上海交通大学学报, 2014, 48 (5): 702 – 706.
WANG Hao-wei, XU Ting-xue, ZHOU Wei. Lifetime prediction method for missile electrical connector synthesizing degradation data and lifetime data [J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2014, 48 (5): 702 – 706. (in Chinese)
- [32] YANG G B. Life Cycle Reliability Engineering [M]. Hoboken, NJ, USA: Wiley, 2007.
- [33] EFRON B. Better bootstrap confidence intervals [J]. Journal of American Statistical Association, 1987, 82: 171 – 185.
- [34] MARKS C E, Glen A G, Robinson M W, et al. Applying bootstrap methods to system reliability [J]. The American Statistician, 2014, 68 (3): 174 – 180.

作者简介

王浩伟 男, 1981 年 3 月出生, 山东莱州人. 2014 年 12 月毕业于海军航空工程学院兵器科学与技术系, 现为海军航空工程学院军事装备学博士后, 从事装备可靠性工程、加速试验技术、装备延寿技术等方面的研究工作.

E-mail: 13705355730@139.com

滕克难 男, 1962 年 3 月出生, 山东济南人. 教授、博士生导师、泰山学者、全军科技领军人才. 2015 年获南京理工大学工学博士学位, 现为海军航空工程学院训练部部长, 主要从事装备发展论证、装备综合保障理论与技术等方面的研究工作.

E-mail: tkn001@126.com